小さな量子系における瞬間的量子フィードバック制御(非平衡系の物理-非平衡ゆらぎと集団挙動-,研究会報告)

AUTHOR(S):

石川, 順一; 高良, 和麻; 長谷川, 博; Driebe, D. J.

CITATION:

石川, 順一 ...[et al]. 小さな量子系における瞬間的量子フィードバック制御(非平衡系の物理-非平衡ゆらぎと集団挙動-,研究会報告). 物性研究 2011, 96(1): 83-84

ISSUE DATE:

2011-04-05

URL:

http://hdl.handle.net/2433/169520

小さな量子系における瞬間的量子フィードバック制御[1]

茨城大学大学院　理工学研究科　　石川 順一[2], 高良 和麻, 長谷川 博[3]
エンブリー・リドル航空大学　　D.J. Driebe

概要

近年、我々は非平衡初期分布に対する熱力学第二法則（最大仕事公式）の一般化を行った [1]。最大仕事の実現には、非平衡初期分布の平衡への自発的緩和を妨げるために瞬間的安定化が必要であった。小論で、我々は厳密に扱える２準位量子系を例に取って、非平衡初期状態から効率的に最大仕事を取り出す過程を具体的に示した。原理的に瞬間的安定化は可能であるが、Hamiltonian を復元し周期操作を実現するには不確定性関係を満たす時間が必要となる。最後に熱浴と結合する小さな量子系においての瞬間的安定化を用いた量子フィードバック制御を考察する。

熱的に孤立した量子系を考えよう。非平衡初期分布 ρ_0 を終分布 ρ_T まで時間発展させる。ρ_t は時刻 t の確率密度行列とする。断熱系なので、時刻 $t=0$ と $t=T$ の間に外部からなされる仕事は以下のように与えられる。

$$< W >=< H_T|\rho_T > - < H_0|\rho_0 > \tag{1}$$

H_t は時刻 t における Hamiltonian を表している。ユニタリー変換に対する von-Neumann エントロピーの不変性と相対エントロピーの非負性を用いることにより、非平衡初期分布に対して一般化した最大仕事公式が導出される。

$$< W >\geq \Delta F - \tilde{\beta}^{-1}\mathrm{D}[\rho_0||\rho_{\mathrm{can},0}(\tilde{\beta})] \tag{2}$$

ここで有効温度 $\tilde{\beta}^{-1}$ は系から取り出し得る仕事を最大化するという条件（等エントロピー条件）から決まる正数、$\rho_{\mathrm{can},0}(\tilde{\beta})$ は、H_0 と有効温度で定義されるカノニカル分布、ΔF は初期と終期の自由エネルギー差、また $\mathrm{D}[\rho||\phi]$ は確率分布 ρ と ϕ の相対エントロピーを表している。上の最大仕事の公式は以下のように書き換えることができる。

$$< W >\geq \ (< H_T|\rho_{\mathrm{can,T}}(\tilde{\beta}) > - < \tilde{H}_0|\rho_0 >) + (< \tilde{H}_0|\rho_0 > - < H_0|\rho_0 >) \tag{3}$$

ここで $\tilde{H}_0$ は、$\rho_0 = \exp[\tilde{\beta}\{\tilde{F}_0 - \tilde{H}_0\}]$、即ち非平衡初期分布がカノニカル分布になるように導入された有効 Hamiltonian であり、$\tilde{F}_0$ は対応する自由エネルギーである。我々はこの結果を、$t=0$ での瞬間的安定化（初期 Hamiltonian を有効 Hamiltonian へ瞬間的に変化させることで、初期分布を有効 Hamiltonian のカノニカル分布にして安定化）とその後の、カノニカル分布 ρ_0 からカノニカル分布 $\rho_{\mathrm{can,T}}$ への準静的断熱過程で得られる仕事、と解釈した。

---
[1] この原稿は、近日投稿予定の論文に基づいた内容である。
[2] E-mail: j.ishikawa0304@gmail.com
[3] E-mail: hhh@mx.ibaraki.ac.jp

我々は、2準位量子系を例に取って初期非平衡状態から最大仕事を得る過程を示す。エネルギーの量子測定を考慮して、初期状態は励起状態とする。まず瞬間的安定化を行い、基底状態(温度0のカノニカル分布)への移行を考える。瞬間といっても現実的には有限な操作期間τとする。このときのHamiltonianを

$$H_t = \frac{\hbar\omega}{2}\begin{pmatrix} \cos(2s_t) & \sin(2s_t) \\ \sin(2s_t) & -\cos(2s_t) \end{pmatrix} \tag{4}$$

とする。ここでスケールした時間$s_t = s_\tau t/\tau$を導入した。H_tは固有値$\pm\hbar\omega/2$を持つ。簡単のためエネルギーの基準を2準位の中間値とした。この時間依存のHamiltonianによる時間発展は、厳密に扱うことができ、$s_0 = 0, s_\tau = \pi/2$と選ぶと、$\tau \to 0$の極限において$\rho_0 = \rho_\tau$、$H_0 = -H_\tau$が成り立ち、確率1で励起状態から基底状態へ遷移し、瞬間的安定化を実現することができる。有限なτの結果については、図1を参照のこと。

次に周期操作を実現するために、Hamiltonianを復元することを考える。時刻$t = \tau$後のスケールした時間$s_t = (s_T - s_\tau)t/\Delta T + s_\tau$ ($\Delta T = T - \tau$) を導入する。Hamiltonianの復元化は、$s_\tau = \pi/2$、$s_T = \pi$と選ぶことで実現できる。準位間の遷移が起こらないようにHamiltonianを復元するためには、この例の場合$\omega\Delta T = \sqrt{3}\pi$となる。図2を参照のこと。この結果は周期操作によって系から仕事を取り出すときの不確定性関係を示している。

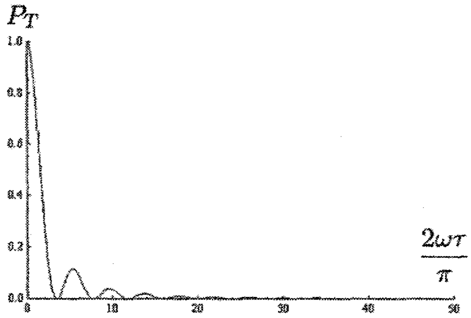

図 1: 安定化における遷移確率 P_T

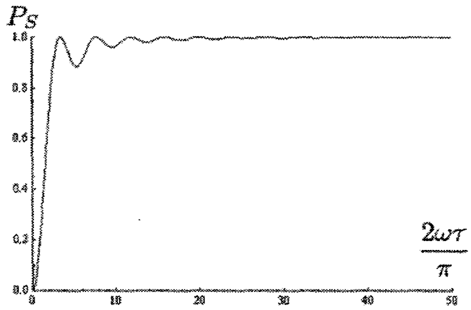

図 2: Hamiltonianの復元化における存続確率 P_S

最後に、この小さな2準位系を熱浴と結合させたときの量子フィードバック制御を考えよう。特に効率的な操作が期待できる、瞬間的安定化のみを用いた場合を考える。まず量子測定によって励起状態にあるならば、直ちに基底状態へ瞬間的に安定化させて仕事を取り出す。その後、再度熱浴で緩和し量子測定を行い、励起状態なら瞬間的安定化を繰り返す。瞬間的安定化の時間スケールτは、緩和時間より十分に短く取ることができ、近似的に系を熱的に孤立した系として扱うことができる。ただし一連の操作を繰り返すためには、量子測定の前に系を緩和させる時間を確保することが必要である。

我々は、最近のToyabeらの実験結果[2]を、瞬間的安定化を用いた量子フィードバック制御を実現した結果と解釈している。詳細は、現在投稿準備中の論文[3]をご覧いただきたい。前の論文[1]で我々の提案した瞬間的安定化を用いて、量子フィードバック制御に利用しようとするアイデアは、独立にErez[4]によっても提案されている。

参考文献

[1]H.-H. Hasegawa, J. Ishikawa, K. Takara, D.J. Driebe, Phys.Lett.A 374(2010) 1001.
[2]S. Toyabe, T. Sagawa, M. Ueda, E. Muneyuki, and M. Sano, Nature Phys. 6, 988-992 (2010), arXiv:1009.5287.
[3]J. Ishikawa, H.-H. Hasegawa, D.J. Driebe, forcecoming paper
[4]N. Erez, arXiv:1011.1020v1